

Solution Exo 4

①

①- stabilité $|\lambda I - A|$

$$\begin{vmatrix} \lambda+3+2 & 0 & 0 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda+2-2 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda+3 & 2 \\ -1 & \lambda \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \lambda+2 & -2 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$= (\lambda^2 + 3\lambda + 2) \lambda (\lambda + 2) = \lambda (\lambda + 2)^2 (\lambda + 3); \quad \Sigma \underline{\underline{LS}}$$

Commandabilité : $C_{com} = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$

$\text{rang}(C_{com}) = 4 \quad \Sigma \text{ complet. } C_{com}$

Soit $C_{com1} = [b_1 \ Ab_1 \ A^2b_1 \ A^3b_1] = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 7 & -23 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & -4 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$

$\text{rang}(C_{com1}) = 4 \quad \Sigma \text{ complet. } C_{com} \text{ par } U_1 \text{ seul.}$

$C_{com2} = [b_2 \ Ab_2 \ A^2b_2 \ A^3b_2]; \quad \text{rang}(C_{com2}) < 4$
 Σ n'est pas complet. C_{com} par U_2 seul.

observabilité $O_b = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{pmatrix} \quad \text{rang}(O_b) = 4$
 $\Sigma \text{ complet. obs.}$

② Retour d'état: $u = -Kx + r$

$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_5 & k_6 & k_7 & k_8 \end{bmatrix}$ le système stable

avec K n'est pas unique.

③ Puisque Σ est complet. C_{com} par U_1 seul
 on choisit $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$
 on calcule $A - BK$ et on impose $-1, -2, -3, -4$.